

## Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

**Aufgabe 37.** (4 Punkte). Beweisen Sie informal, daß es für alle natürlichen Zahlen  $m, n$  natürliche Zahlen  $q, r$  gibt mit

$$n = (m + 1)q + r \quad \text{und} \quad r \leq m.$$

**Aufgabe 38.** (4 Punkte). Beweisen Sie informal, daß für alle natürlichen Zahlen  $a, n_0, \dots, n_{k-1}$  mit  $a = \langle n_0, \dots, n_{k-1} \rangle$  gilt

- (a)  $\text{lh}(a) = k$ ,
- (b)  $(a)_i = n_i$  für alle  $i < k$ .

**Aufgabe 39.** (4 Punkte). Beweisen Sie informal, daß der Graph der Funktion  $n \mapsto 2_n(1)$  elementar ist. Hinweis. Folgenkodierung, und die Abgeschlossenheit der elementaren Relationen unter beschränkten Quantoren.

**Aufgabe 40.** (4 Punkte). Formalisieren Sie den Beweis aus Aufgabe 37 in Minlog (siehe `ueb10.scm`).

**Abgabe.** Mittwoch, 7. Januar 2026 um 8:00, über Uni2work.