Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg

Wintersemester 2025/26
ueb05

## Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

**Aufgabe 17.** (4 Punkte). Zeigen Sie jeweils durch Angabe einer Herleitung
(a) $(\bot \to B) \to (A \to B \tilde{\vee} C) \to (A \to B) \tilde{\vee} (A \to C)$,
(b) $(A \to B) \tilde{\vee} (A \to C) \to A \to B \tilde{\vee} C$.

**Aufgabe 18.** (4 Punkte). Zeigen Sie, daß für alle Formeln $A$ ohne $\vee$, $\exists$ gilt
(a) $\vdash_c A \to A^g$,
(b) $\vdash_c A^g \to A$.
Hinweis. Beweisen Sie (a) und (b) durch (simultane) Induktion über $A$.

**Aufgabe 19.** (4 Punkte). Über einem endlich verzweigten Baum $T$ sei ein Baummodell $\mathcal{T} = (D, I_0, I_1)$ gegeben. Mit $k$, $k'$ bezeichen wir Knoten, also endliche Folgen $\langle a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \rangle$ von Elementen einer gegebenen endlichen Menge $S$. Wir schreiben $k \preceq k'$ wenn $k$ ein Anfangsstück von $k'$ ist. Weiter sei $\eta$ eine Belegung in $D$, also eine Abbildung, die jeder Variablen $x \in \mathrm{dom}(\eta)$ einen Wert $\eta(x) \in D$ zuordnet. Zeigen Sie, daß für alle Formeln $A$

$$\text{aus } k \Vdash A[\eta] \text{ und } k \preceq k' \text{ folgt } k' \Vdash A[\eta].$$

**Aufgabe 20.** (4 Punkte). Formalisieren Sie die Herleitungen aus Aufgabe 17 in Minlog. Berechnen Sie jeweils den zugehörigen Herleitungsterm durch Ausführen von

`(proof-to-expr-with-formulas)`

nach Abschluß des Beweises (siehe `ueb05.scm`).

**Abgabe.** Mittwoch, 19. November 2025 um 8:00, über Uni2work.