Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 25. (4 Punkte). Für Formeln A mit $\mathrm{FV}(A) \subseteq \{x\}$ verwenden wir die Abkürzungen

$$\mathbf{Drinker}_A := \exists_x(A \to \forall_x A) \qquad \mathbf{LPO}_A^{\neg} := \exists_x \neg A \vee \forall_x A$$

LPO steht für Limited Principle of Omniscience. Beweisen Sie

$$\exists_x(\bot \to \bot), \forall_x(\bot \to A), \mathbf{LPO}_A^{\neg} \vdash \mathbf{Drinker}_A$$

Aufgabe 26. (4 Punkte). Es seien $\mathcal{T}$ ein Baummodell, $t, r(x)$ Terme, $A(x)$ eine Formel und η eine Belegung in $|\mathcal{T}|$. Beweisen Sie:

(a) $\eta(r(t)) = \eta_x^{\eta(t)}(r(x))$.

(b) $\mathcal{T}, k \Vdash A(t)[\eta]$ genau dann, wenn $\mathcal{T}, k \Vdash A(x)[\eta_x^{\eta(t)}]$.

Hinweis: Induktion über Terme bzw. Formeln.

Aufgabe 27. (4 Punkte). Beweisen Sie $\nvdash_i ((P \to Q) \to P) \to P$. Hinweis. Verwenden Sie ein geeignetes Baummodell für die intuitionistische Logik.

Aufgabe 28. (4 Punkte). Formalisieren Sie Aufgabe 25 in Minlog (siehe `ueb07.scm`).

Abgabe. Mittwoch, 4. Dezember 2024 um 8:15, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work.