Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg

Wintersemester 2024/25
ueb05

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 17. (4 Punkte). Zeigen Sie jeweils durch Angabe einer Herleitung
(a) $(\bot \to B) \to (A \to B \tilde{\vee} C) \to (A \to B) \tilde{\vee} (A \to C)$,
(b) $(A \to B) \tilde{\vee} (A \to C) \to A \to B \tilde{\vee} C$.

Aufgabe 18. (4 Punkte). Zeigen Sie, daß für alle Formeln A ohne $\vee$, $\exists$ gilt
(a) $\vdash_c A \to A^g$,
(b) $\vdash_c A^g \to A$.
Hinweis. Beweisen Sie (a) und (b) durch (simultane) Induktion über A.

Aufgabe 19. (4 Punkte). Über einem endlich verzweigten Baum T sei ein Baummodell $\mathcal{T} = (D, I_0, I_1)$ gegeben. Mit k, k' bezeichen wir Knoten, also endliche Folgen $\langle a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\rangle$ von Elementen einer gegebenen endlichen Menge S. Wir schreiben $k \preceq k'$ wenn k ein Anfangsstück von k' ist. Weiter sei η eine Belegung in D, also eine Abbildung, die jeder Variablen $x \in \mathrm{dom}(\eta)$ einen Wert $\eta(x) \in D$ zuordnet. Zeigen Sie, daß für alle Formeln A

$$\text{aus } k \Vdash A[\eta] \text{ und } k \preceq k' \text{ folgt } k' \Vdash A[\eta].$$

Aufgabe 20. (4 Punkte).
(a) Formalisieren Sie die Herleitungen aus Aufgabe 17 in Minlog.
(b) Berechnen Sie jeweils den zugehörigen Herleitungsterm durch Ausführen von

```
(proof-to-expr-with-formulas)
```

nach Abschluß des Beweises.

(siehe `ueb05.scm`).

Abgabe. Mittwoch, 20. November 2024 um 8:15, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work.