

### Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

**Aufgabe 13.** (4 Punkte). Zeigen Sie jeweils durch Angabe einer Herleitung

- (a)  $(A \tilde{\vee} B \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow C$ ,
- (b)  $(A \tilde{\vee} B \rightarrow C) \rightarrow B \rightarrow C$ ,
- (c)  $(\neg\neg C \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \tilde{\vee} (B \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ .

**Aufgabe 14.** (4 Punkte).

Eine Herleitung von  $(\neg\neg B \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow B$  ist

$$\frac{\frac{\frac{u_1: \neg B}{\frac{\frac{u_2: A \rightarrow B \quad w: A}{B}}{u_1: \neg B}}{\neg(A \rightarrow B)} \rightarrow^+ u_2}{v: \neg\neg(A \rightarrow B)}}{\frac{\perp}{\neg\neg B} \rightarrow^+ u_1} \rightarrow^+ u_1}{u: \neg\neg B \rightarrow B} B$$

wobei die Anwendungen von  $\rightarrow^+$  am Ende weggelassen sind. Geben Sie den zugehörigen Herleitungsterm an.

**Aufgabe 15.** (4 Punkte). Beweisen Sie

- (a) Wenn  $M(v) \mapsto M'(v)$ , so  $M(N) \mapsto M'(N)$ . Hinweis: Induktion über  $M(v) \mapsto M'(v)$ .
- (b) Wenn  $N \mapsto N'$ , so  $M(N) \mapsto^* M(N')$ . Hinweis: Induktion über  $M(v)$ .

**Aufgabe 16.** (4 Punkte).

- (a) Formalisieren Sie die Herleitungen aus Aufgabe 13 in Minlog.
- (b) Formalisieren Sie die Herleitung aus Aufgabe 14 in Minlog. Berechnen Sie den zugehörigen Herleitungsterm durch Ausführen von

`(proof-to-expr-with-formulas)`

nach Abschluß des Beweises.

(siehe `ueb04.scm`).

**Abgabe.** Mittwoch, 13. November 2024 um 8:15, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work.