

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 5. (4 Punkte). Die *Substitution* in Termen ist rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned}x[x/s] &:= s, \\y[x/s] &:= y \quad \text{falls } y \text{ verschieden von } x \text{ ist} \\c[x/s] &:= c, \\(ft_1 \dots t_n)[x/s] &:= ft_1[x/s] \dots t_n[x/s].\end{aligned}$$

Definieren Sie rekursiv die Substitution $A[x/t]$ für Formeln. Beachten Sie, daß Variablen unter Umständen umbenannt werden müssen, etwa bei

$$(\forall_x Pxy)[y/fx] = \forall_z Pz(fx).$$

Aufgabe 6. (4 Punkte). Zeigen Sie jeweils durch Angabe einer Herleitung

$$\begin{aligned}(A \rightarrow B) \rightarrow \neg B \rightarrow \neg A, \\ \neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg B, \\ \neg\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg A \rightarrow \neg\neg B, \\ (\perp \rightarrow B) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg B) \rightarrow \neg\neg(A \rightarrow B), \\ \neg\neg\forall_x A \rightarrow \forall_x \neg\neg A.\end{aligned}$$

Aufgabe 7. (4 Punkte). Geben Sie Herleitungen an für

$$\begin{aligned}(A \vee B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C), \\ (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow B \vee C.\end{aligned}$$

Bei der ersten Formel sind Herleitungen in beiden Richtungen anzugeben.

Aufgabe 8. (4 Punkte). Formalisieren Sie die drei Herleitungen aus Aufgabe 7 in Minlog (siehe `ueb02.scm`).

Abgabe. Mittwoch, 30. Oktober 2022 um 8:15, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work.