Mathematisches Institut der LMU
Nils Köpp, Helmut Schwichtenberg

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 13. Geben Sie Herleitungen an für

$$(A \tilde{\vee} B \to C) \to (A \to C) \wedge (B \to C),$$
$$(\bot \to B) \to (A \to B \tilde{\vee} C) \to (A \to B) \tilde{\vee} (A \to C).$$

Aufgabe 14. Geben Sie Herleitungen an für

$$(A \to B) \tilde{\vee} (A \to C) \to A \to B \tilde{\vee} C,$$
$$(\neg\neg C \to C) \to (A \to C) \tilde{\vee} (B \to C) \to A \to B \to C.$$

Aufgabe 15. Sei $\sim$ eine zweistellige Relation. Es gilt: Ist $\sim$ transitiv und kommutativ, so ist $\sim$ auch relexiv auf ihrem Feld, d.h., auf der Menge aller x mit $\exists y(x \sim y \vee y \sim x)$. Betrachten Sie den folgenden informalen Beweis:

> Sei x gegeben. Angenommen x liegt in der Relation, d.h., es gibt ein y mit $x \sim y$ oder $y \sim x$. Wegen der Kommutativität gilt in beiden Fällen $x \sim y$ sowie $y \sim x$. Aus der Transitivität folgt damit $x \sim x$.

Formalisieren Sie diesen Beweis in Form einer Herleitung.

Aufgabe 16. Beweisen Sie $\vdash_c \tilde{\exists}_x (Px \to \forall_x Px)$, zu lesen als

> In jeder nicht-leeren Bar muß es eine Person x geben mit folgender Eigenschaft: Wenn x trinkt, so trinken alle,

durch Angabe einer *normalen* (d.h. umwegfreien) Herleitung. Schreiben Sie die Herleitung auch als Herleitungsterm.

Abgabe. Mittwoch, 16. November 2022 um 8:15, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work.