

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 41. Man zeige, daß es keine geschlossene Formel A geben kann, so daß für alle Modelle \mathcal{M} von $\text{Eq}_{L(A)}$ gilt

$$(\mathcal{M} \models A) \leftrightarrow |\mathcal{M}/\equiv^{\mathcal{M}}| \text{ ist unendlich.}$$

Aufgabe 42. Man gebe ein Programm „ $x := \min(y, z)$ “ an, und zwar explizit durch eine Liste von Instruktionen.

Aufgabe 43. Man konstruiere Programme, die folgendes leisten.

- (a) $P(x; y)$ berechnet 2^x .
- (b) $H(x; y)$ berechnet die größte natürliche Zahl $\leq x/2$.
- (c) $L(x; y)$ berechnet den ganzzahligen Logarithmus zur Basis 2, also für jedes $x > 0$ die natürliche Zahl y mit $2^y \leq x < 2^{y+1}$.

Aufgabe 44. Man zeige, daß es zu jeder subelementaren Funktion $f: \mathbb{N}^r \rightarrow \mathbb{N}$ eine Zahl k gibt so daß für alle $\vec{n} = n_1, \dots, n_r$ gilt

$$f(\vec{n}) < \max(\vec{n}, 2)^k.$$

Hieraus folgere man, daß die Funktion $n \mapsto 2^n$ nicht subelementar ist.

Abgabe. Mittwoch, 20. Januar 2010, in der Vorlesung.