Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Wintersemester 2009/2010
Blatt 7

Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Aufgabe 25. Es seien $\mathcal{T}$ ein Baummodell, $t, r(x)$ Terme, $A(x)$ eine Formel und η Belegung in $|\mathcal{T}|$. Man zeige:

(a) $\eta(r(t)) = \eta_x^{\eta(t)}(r(x))$.

(b) $\mathcal{T}, k \Vdash A(t)[\eta]$ genau dann, wenn $\mathcal{T}, k \Vdash A(x)[\eta_x^{\eta(t)}]$.

Aufgabe 26. Man zeige, daß die Einschrittreduktion $\to$ zwischen Herleitungen *nicht* die Diamanteneigenschaft hat. (Hinweis: Man betrachte etwa die Herleitung

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{u_0\colon B\to B\to C \qquad u\colon B}{B\to C} \qquad u\colon B}{C}}{B\to C}\,\to^+ u \qquad \dfrac{\dfrac{v\colon B}{B\to B}\,\to^+ v \qquad w_0\colon B}{B}}{C}$$

und schreibe sie als Herleitungsterm.)

Aufgabe 27. Man zeige

(a) $\nvdash_i P \vee \neg P$.

(b) $\nvdash_i ((P \to Q) \to P) \to P$.

Aufgabe 28. Wir verwenden die Bezeichnungen aus Aufgabe 16 (Blatt 4).

(a) Man gebe die Normalformen der Herleitungsterme $\overline{2}_0$, $\overline{2}_1\overline{2}_0$ und $\overline{2}_2\overline{2}_1\overline{2}_0$ an.

(b) Man gebe Herleitungsterme M_k mit einer in k linearen Höhe an, so daß die Normalform N_k von M_k eine Höhe $\geq 2_k$ hat ($2_0 := 2$, $2_{k+1} := 2^{2_k}$).

Abgabe. Mittwoch, 9. Dezember 2009, in der Vorlesung.