

Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 5. (4 Punkte) Es seien A, B Aussagenvariablen.

(a) Beweisen Sie die Mints-Formel

$$(((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow B$$

(b) Formalisieren Sie den Beweis in Minlog (s. `mints.scm`).

(c) Automatisieren Sie die Beweissuche mit (`prop`). Vergleichen Sie beide Beweise. Berechnen Sie ggf. die Normalform (s. `mints.scm`).

Aufgabe 6. (4 Punkte) Es seien $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ Informationssysteme. Beweisen Sie:

(a) Jedes Ideal in $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ ist eine approximierbare Abbildung von $\mathbf{A}$ nach $\mathbf{B}$.

(b) Jede approximierbare Abbildung von $\mathbf{A}$ nach $\mathbf{B}$ ist ein Ideal in $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$.

Aufgabe 7. (4 Punkte) Es seien $\mathbf{A} = (A, \text{Con}_A, \vdash_A)$, $\mathbf{B} = (B, \text{Con}_B, \vdash_B)$ Informationssysteme. Beweisen Sie

(a) Ist $f: |A| \rightarrow |B|$ stetig, so ist $\hat{f}$ eine approximierbare Abbildung.

(b) Ist $f: |A| \rightarrow |B|$ stetig, so gilt

$$b \in |\hat{f}|(z) \leftrightarrow b \in f(z).$$

(c) Ist $r \subseteq \text{Con}_A \times B$ eine approximierbare Abbildung, so gilt

$$(U, b) \in r \leftrightarrow (U, b) \in \widehat{|r|}.$$

Aufgabe 8. (4 Punkte) Werten Sie die Datei `natplus.scm` (auf der Vorlesungsseite) aus. Beweisen Sie dann die Assoziativität und Kommutativität von $+$ wie folgt. Die Beweise kann man jeweils durch passende Induktionen führen (s. `natpluscomm.scm`).

```
(set-goal "all n 0+n=n")
(set-goal "all n,m Succ m+n=Succ(m+n)")
(set-goal "all n,m,l n+(m+1)=n+m+1")
(set-goal "all n,m n+m=m+n")
```

Abgabe. Mittwoch, 29. April 2026, 08:00. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgaben finden Sie in `mints.scm` und `natpluscomm.scm` auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 5b, 5c, 8 als `scm`-Datei und für den Rest als `pdf`-Datei bitte abgeben über Uni2work.