Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg
Valentin Herrmann

Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 41. (4 Punkte) Beweisen Sie, daß für reelle Zahlen $x = ((a_n)_n, M)$ und $y = ((b_n)_n, N)$ auch

$$x + y = ((a_n + b_n)_n, L) \qquad \text{mit } L(p) = \max(M(p+1), N(p+1)).$$

eine reelle Zahl ist.

Aufgabe 42. (4 Punkte) Beweisen Sie, daß für reelle Zahlen x, y, z und eine passende Funktion $f\colon \mathbb{P} \to \mathbb{P} \to \mathbb{P}$ gilt

$$x <_p y \to y <_q z \to x <_{f(p,q)} z.$$

Aufgabe 43. (4 Punkte) Beweisen Sie informal

(a) `ApproxSplitAux1`: Für jede reelle Zahl $x = ((a_n)_n, M)$ gilt

$$\forall_{p,n,m}\Big(M(p) \le n, m \to a_n \le a_m + \frac{1}{2^p}\Big).$$

(b) `ApproxSplitPos`: $x <_p y$ impliziert $z \le y \vee^{\mathrm{u}} x \le z$.

Aufgabe 44. (4 Punkte) Formalisieren Sie Aufgabe 43 in Minlog.

Abgabe. Mittwoch, 16. Juli 2025, 8:00. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe ist approxsplitpos.scm auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 41-43 als `pdf`-Datei und für 44 als `scm`-Datei bitte abgeben über Uni2work.