Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg
Valentin Herrmann

Sommersemester 2025
ueb09

Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 33. (4 Punkte) Beweisen Sie, daß für jeden geschlossenen Typ τ die Relation $\doteq_\tau$ eine Äquivalenzrelation auf Ext_τ ist.

Aufgabe 34. (4 Punkte) Wir betrachten das durch die Klauseln

$$(T_{\mathbb{Y}})_0^+ := (L \in X),$$
$$(T_{\mathbb{Y}})_1^+ := \forall_{x_1,x_2}(x_1 \in X \to x_2 \in X \to Bx_1x_2 \in X)$$

induktiv definierte Totalitätsprädikat $T_{\mathbb{Y}}$, sowie den Komprehensionsterm

$$P(Y) := \{\, x \mid (x = L) \lor \exists_{x_1,x_2}(x_1, x_2 \in Y \land x = Bx_1x_2) \,\}.$$

Beweisen Sie

$$\forall x(x \in T_{\mathbb{Y}} \leftrightarrow x \in P(T_{\mathbb{Y}})).$$

Aufgabe 35. (4 Punkte) Beweisen Sie die Äquivalenz von

(a) ${}^{\mathrm{co}}T^{\mathbf{r}}_{\mathbb{N}}nm$,
(b) $n \approx^{\mathrm{nc}}_{\mathbb{N}} m$,
(c) $n \in {}^{\mathrm{co}}T^{\mathrm{nc}}_{\mathbb{N}} \land n \equiv m$.

Aufgabe 36. (4 Punkte) Es sei I das in der Vorlesung durch die Klausel

$$\forall_{d,x',x}(d \in \mathbb{D} \land x' \in \mathbb{R} \land |x'| \leq_{\mathbb{R}} 1 \land x' \in I \land x =_{\mathbb{R}} \frac{x'+d}{2} \to x \in I)$$

definierte induktive Prädikat. $\mathbb{R}$ sind die reellen Zahlen mit den Relationen $=_{\mathbb{R}}$ und $\leq_{\mathbb{R}}$. $\mathbb{D}$ ist der Grundtyp der Ziffern mit Vorzeichen $\{-1, 0, 1\}$. Beweisen Sie in Minlog

(a) `CoIUMinus`:
```
allnc x(CoI(~x) -> CoI x)
```
(b) `CoIClosureInv`:
```
allnc d,x(Sd d -> CoI x -> CoI((1#2)*(x+d)))
```

Abgabe. Mittwoch, 2. Juli 2025, 8:00. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe finden Sie in coi.scm auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 33-35 als `pdf`-Datei und für 36 als `scm`-Datei bitte abgeben über Uni2work.