

## Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

### Aufgabe 17. (4 Punkte)

(a) Beweisen Sie in Minlog QR:

```
all m(0<m -> all n exd q exl r(n=q*m+r andb r<m))
```

Hierbei sind  $q$  und  $r$  Variablen vom Typ  $\mathbb{N}$ .

(b) Werten Sie den folgenden Code aus und vergleichen Sie die Resultate mit Aufgabe 13.

```
(define eterm  
  (proof-to-extracted-term (theorem-name-to-proof "QR")))  
(define neterm (rename-variables (nt eterm)))  
(ppc neterm)  
(pp (nt (mk-term-in-app-form neterm (pt "7") (pt "754"))))
```

### Aufgabe 18. (4 Punkte) NP sei definiert durch

```
(add-program-constant "NP" (py "nat=>pos"))  
(add-computation-rules  
  "NP Zero" "1"  
  "NP(Succ Zero)" "1"  
  "NP(Succ(Succ n))"  
  "[if (NatEven n) (SZero(NP(Succ(NatHalf n))))  
      (SOne(NP(Succ(NatHalf n))))]")
```

Beweisen Sie in Minlog die Totalität von NP.

### Aufgabe 19. (4 Punkte)

Beweisen Sie in Minlog, daß NP und PosToNat invers zueinander sind:

```
all p NP(PosToNat p)=p  
all n(Zero<n -> PosToNat(NP n)=n)
```

### Aufgabe 20. (4 Punkte)

Ein Informationssystem  $\mathbf{A} = (A, \text{Con}, \vdash)$  heißt kohärent, wenn es folgende Eigenschaft hat:  $U \subseteq A$  ist konsistent wenn alle zweielementigen Teilmengen von  $U$  konsistent sind. Zeigen Sie, daß die Kohärenz von  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$  aus der Kohärenz von  $\mathbf{B}$  folgt.

**Abgabe.** Mittwoch, 4. Juni 2025, 8:00. Lösungshilfen für die Aufgaben 17-19 finden Sie in `quotremex.scm` und `np.scm` auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 17-19 als `scm`-Datei und für 20 als `pdf`-Datei bitte abgeben über Uni2work.