Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg
Valentin Herrmann

Sommersemester 2025
ueb02

Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 5. (4 Punkte) Es seien A, B Aussagenvariablen.

(a) Beweisen Sie die Mints-Formel
$$((((A \to B) \to A) \to A) \to B) \to B$$
(b) Automatisieren Sie die Beweissuche mit `(prop)`. Vergleichen Sie beide Beweise. Berechnen Sie ggf. die Normalform (s. `mints.scm`).

Aufgabe 6. (4 Punkte) Es seien $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ Informationssysteme. Beweisen Sie:

(a) Jedes Ideal in $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ ist eine approximierbare Abbildung von $\boldsymbol{A}$ nach $\boldsymbol{B}$.
(b) Jede approximierbare Abbildung von $\boldsymbol{A}$ nach $\boldsymbol{B}$ ist ein Ideal in $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$.

Aufgabe 7. (4 Punkte) Es seien $\boldsymbol{A} = (A, \mathrm{Con}_A, \vdash_A)$, $\boldsymbol{B} = (B, \mathrm{Con}_B, \vdash_B)$ Informationssysteme. Beweisen Sie

(a) Ist $f\colon |\boldsymbol{A}| \to |\boldsymbol{B}|$ stetig, so ist $\hat{f}$ ist eine approximierbare Abbildung.
(b) Ist $f\colon |\boldsymbol{A}| \to |\boldsymbol{B}|$ stetig, so gilt
$$b \in |\hat{f}|(z) \leftrightarrow b \in f(z).$$
(c) Ist $r \subseteq \mathrm{Con}_A \times B$ eine approximierbare Abbildung, so gilt
$$(U, b) \in r \leftrightarrow (U, b) \in \widehat{|r|}.$$

Aufgabe 8. (4 Punkte) Werten Sie die Datei `natplus.scm` (auf der Vorlesungsseite) aus. Beweisen Sie dann die Assoziativität und Kommutativität von `+` wie folgt. Die Beweise kann man jeweils durch passende Induktionen führen (s. `natpluscomm.scm`).

```
(set-goal "all n 0+n=n")
(set-goal "all n,m Succ m+n=Succ(m+n)")
(set-goal "all n,m,l n+(m+l)=n+m+l")
(set-goal "all n,m n+m=m+n")
```

Abgabe. Mittwoch, 14. Mai 2025, 10:00. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgaben finden Sie in `mints.scm` und `natpluscomm.scm` auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 5b, 8 als `scm`-Datei und für den Rest als `pdf`-Datei bitte abgeben über Uni2work.