Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2010
Blatt 4

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Logik II"

Aufgabe 13. Welche der Operationen
(a) $x, y \mapsto \{\{x, 0\}, \{y, 1\}\}$,
(b) $x, y \mapsto \{\{\{x\}, \emptyset\}, \{\{y\}\}\}$,
(c) $x, y \mapsto \{\{x, \emptyset\}, \{y\}\}$,
(d) $x, y \mapsto \{x, x \cup y\}$
kann man als Definition geordneter Paare verwenden?

Aufgabe 14. Man beweise für beliebige natürliche Zahlen:
(a) $\bigcup(n + 1) = n$.
(b) $l \neq 0$ impliziert $n \in n + l$.
(c) Ist $k \in n$, so gibt es ein l mit $n = k + l$.

Aufgabe 15. Man formuliere jede der folgenden Eigenschaften durch eine Formel, die nur $\in$ und $=$ verwendet:
(a) $z = ((x, y), (u, v))$.
(b) $x = \omega$.

Aufgabe 16. Sei $g \colon \omega \to \omega$ und $n_0 \in \omega$, sowie

$$x := \{\, y \subseteq \omega \times \omega \mid (0, n_0) \in y \wedge \forall_{n,m}((n, m) \in y \to (n + 1, g(m)) \in y) \,\},$$

$$f := \bigcap x.$$

Man zeige ohne Verwendung des Rekusionssatzes über ω
(a) $x \neq \emptyset$.
(b) $f \in x$.
(c) f ist eine Funktion und $\mathrm{dom}(f) = \omega$.
(d) $f(0) = n_0$, $f(n + 1) = g(f(n))$.

Abgabe. Mittwoch, 19. Mai 2010, in der Vorlesung.