Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2010
Blatt 3

# Übungen zur Vorlesung "Mathematische Logik II"

**Aufgabe 9.** Für das Kuratowski Paar $(a, b) := \{\{a\}, \{a, b\}\}$ zeige man
(a) $\bigcap\bigcap(a, b) = a$.
(b) $(\bigcap\bigcup(a, b)) \cup (\bigcup\bigcup(a, b) \setminus \bigcup\bigcap(a, b)) = b$.
(c) Aus $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$ folgt $a_1 = a_2$ und $b_1 = b_2$.

**Aufgabe 10.** Man beweise oder widerlege durch ein Gegenbeispiel:
(a) $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$ ist eine echte Klasse genau dann, wenn $\mathcal{A} \neq \emptyset$, $\mathcal{B} \neq \emptyset$ und $\mathcal{A}$ oder $\mathcal{B}$ echte Klassen sind.
(b) Sind $a, b$ Mengen, so auch $\{ f \mid f : a \to b \}$.
(c) Für jede Klasse $\mathcal{A}$ und jede Menge $x$ ist $\mathcal{A}[x]$ eine Menge.

**Aufgabe 11.** Welche der folgenden Axiome gelten in dem Modell $(\mathbb{N}, \in^{\mathbb{N}})$, wobei $n \in^{\mathbb{N}} m \leftrightarrow n < m$?
(a) Extensionalitätsaxiom,
(b) Paarmengenaxiom,
(c) Vereinigungsmengenaxiom,
(d) Potenzmengenaxiom.

**Aufgabe 12.** Man zeige ohne Verwendung mengentheoretischer Axiome, daß

$$\mathcal{A} = \{ x \mid \neg\exists_y (x \in y \in x) \}$$

eine echte Klasse ist.

**Abgabe.** Mittwoch, 12. Mai 2010, in der Vorlesung.