Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2008
Blatt 9

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Aufgabe 33. Sei $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ eine endliche Menge und R eine Relation auf X. Man zeige

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{n} R^k.$$

Aufgabe 34. Sei $M = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ und

$$R = \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_2, x_5), (x_4, x_4), (x_5, x_4)\}.$$

(a) Zeichnen Sie den gerichteten Graphen von R.
(b) Berechnen Sie für $A = M_R$ die Matrizen $A^{(i)}$ für $0 \leq i \leq 5$ mit Hilfe des Warshall-Algorithmus.
(c) Zeichnen Sie den gerichteten Graphen von $A^{(5)}$ und markieren Sie jede gerichtete Kante (x_j, x_k) mit dem kleinsten i, für das $(x_j, x_k) \in R^{(i)}$ gilt.

Aufgabe 35. Sei $\Gamma = (V, E)$ mit $V = \{A_1, \ldots, A_n\}$ ein Graph und M die zugehörige Adjazenzmatrix. Wir betrachten M^n (bezüglich der Matrizenmultiplikation über dem Halbring $(\mathbb{N}, +, \cdot)$). Man zeige:
(a) In der Diagonalen von $M^2 =: (c_{ij})$ stehen die Gradzahlen, d.h. $c_{ii} = \deg(A_i)$.
(b) Für alle n gilt: In $M^n =: (c_{ij})$ ist c_{ij} gleich der Anzahl der aus n Kanten bestehenden Kantenzügen von A_i nach A_j.

Aufgabe 36. Für einen bipartiten Graphen $\Gamma = (V, E)$ mit m Knoten zeige man $\#E \leq \frac{m^2}{4}$.

Abgabe. Dienstag, 1. Juli 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock