Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2008
Blatt 2

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Aufgabe 5. Man stelle fest, ob die folgenden Relationen auf $\mathbf{N}$ Äquivalenzrelationen sind:
(a) $R_1(n, m) := \exists_k (3 \cdot k = n) \wedge \exists_l (3 \cdot l = m)$,
(b) $R_2(n, m) := \exists_k (2 \cdot k = n + m)$,
(c) $R_3(n, m) := (n^2 = m^2)$.

Aufgabe 6. Man zeichne den repräsentierenden Graphen für die durch die Äquivalenzklassen $\{a, b, c\}$, $\{d, e\}$, $\{f\}$ und $\{g\}$ auf $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ gegebene Äquivalenzrelation.

Aufgabe 7. (a) Man beweise durch Induktion

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+2)} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}.$$

(b) Die Folge (a_n) sei definiert durch $a_0 := 2$, $a_1 := 1$, $a_{n+2} := a_{n+1} + 2a_n$. Man beweise $a_n = 2^n + (-1)^n$.

Aufgabe 8. Man kann das Schema der allgemeinen Induktion noch weiter verallgemeinern, indem man sich auf eine *Maßfunktion* $\mu \colon \rho \to \mathbf{N}$ bezieht:

$$\mathrm{GInd}^{\mu}_{x,A} \colon \forall_{\mu,x} \bigl(\mathrm{Prog}^{\mu}_{x} A(x) \to A(x) \bigr). \tag{1}$$

$\mathrm{Prog}^{\mu}_{x} A(x)$ drückt jetzt die Progressivität bezüglich des Maßes μ und der Ordnung $<$ aus:

$$\mathrm{Prog}^{\mu}_{x} A(x) := \forall_x \bigl(\forall_{y;\mu y < \mu x} A(y) \to A(x) \bigr),$$

wobei $\forall_{y;\mu y < \mu x} A(y)$ eine Abkürzung ist für $\forall_y (\mu y < \mu x \to A(y))$. Man beweise (1) aus der gewöhnlichen (Null-Nachfolger-) Induktion.

Abgabe. Dienstag, 6. Mai 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock