

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Aufgabe 1. Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a) $sg(x)$ gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert 1.
- (b) $P(x)$ gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert ihres Vorgängers.
- (c) $x \dot{-} y$ gibt den Wert der Differenz $x - y$ falls dieser ≥ 0 ist und 0 sonst.

Aufgabe 2. Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a) $R(x, y)$ gibt den Rest bei der Division von x durch y an bzw. 0 für $y = 0$.
 - (b) $\lfloor \frac{x}{y} \rfloor$ gibt den ganzzahligen Anteil des Wertes von $\frac{x}{y}$ an bzw. x für $y = 0$.
- (Hinweis: Man verwende die Funktionen von Aufgabe 1).

Aufgabe 3. Die Ackermann-Funktion war in der Vorlesung wie folgt durch geschachtelte Rekursion definiert:

$$\begin{aligned}f(x, 0) &:= 0, \\f(0, y + 1) &:= 2(y + 1), \\f(x + 1, 1) &:= 2, \\f(x + 1, y + 2) &:= f(x, f(x + 1, y + 1)).\end{aligned}$$

- (a) Man berechne $f(1, 10)$, $f(2, 4)$ und $f(3, 3)$.
- (b) Man gebe explizite Ausdrücke für $g_i(y) := f(i, y)$ mit $i = 0, 1, 2$ an.

Aufgabe 4. Man gebe Formeln für folgende Aussagen an, wobei außer den Konstruktoren 0 und S nur die Funktionen $+, \cdot : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ verwendet werden sollen:

- (a) x ist eine gerade Zahl.
- (b) x ist größer als y .
- (c) Es gibt unendlich viele ungerade Zahlen.
- (d) x ist größer als der größte gemeinsame Teiler von y und z .

Abgabe. Dienstag, 29. April 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock