

### Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

**Aufgabe 1.** Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a)  $sg(x)$  gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert 1.
- (b)  $P(x)$  gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert ihres Vorgängers.
- (c)  $x \dot{-} y$  gibt den Wert der Differenz  $x - y$  falls dieser  $\geq 0$  ist und 0 sonst.

**Aufgabe 2.** Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a)  $R(x, y)$  gibt den Rest bei der Division von  $x$  durch  $y$  an bzw. 0 für  $y = 0$ .
  - (b)  $\lfloor \frac{x}{y} \rfloor$  gibt den ganzzahligen Anteil des Wertes von  $\frac{x}{y}$  an bzw.  $x$  für  $y = 0$ .
- (Hinweis: Man verwende die Funktionen von Aufgabe 1).

**Aufgabe 3.** Die Ackermann-Funktion war in der Vorlesung wie folgt durch geschachtelte Rekursion definiert:

$$\begin{aligned}f(x, 0) &:= 0, \\f(0, y + 1) &:= 2(y + 1), \\f(x + 1, 1) &:= 2, \\f(x + 1, y + 2) &:= f(x, f(x + 1, y + 1)).\end{aligned}$$

- (a) Man berechne  $f(1, 10)$ ,  $f(2, 4)$  und  $f(3, 3)$ .
- (b) Man gebe explizite Ausdrücke für  $g_i(y) := f(i, y)$  mit  $i = 0, 1, 2$  an.

**Aufgabe 4.** Man gebe Formeln für folgende Aussagen an, wobei außer den Konstruktoren 0 und S nur die Funktionen  $+, \cdot: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  verwendet werden sollen:

- (a)  $x$  ist eine gerade Zahl.
- (b)  $x$  ist größer als  $y$ .
- (c) Es gibt unendlich viele ungerade Zahlen.
- (d)  $x$  ist größer als der größte gemeinsame Teiler von  $y$  und  $z$ .

**Abgabe.** Dienstag, 29. April 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock