LMU
LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF.DR. M. SCHOTTENLOHER

Seminar

Topologische Feldtheorie

Inhalt des Seminars

Die Topologische Feldtheorie (TFT), auch Topologische Quantenfeldtheorie genannt (TQFT), umfasst zunächst einmal jede Quantenfeldtheorie, in der keine metrische Größen zur Formulierung der Theorie nötig sind, die also rein von topologischer Natur ist. Wir werden mit einem schönen Beispiel, der Chern-Simons-Theorie, beginnen, und können an diesem Beispiel präzisieren, was mit der Forderung „keine Metrik“ gemeint ist (siehe auch die Ankündigung zum Seminar). Ausgehend von den physikalisch orientierten Beispielen wurde Ende der Achtziger Jahre eine axiomatische Formulierung der Topologische Feldtheorie von Atiyah vorgeschlagen, die heute oft als Synonym für Topologische Feldtheorie verstanden wird. Diese axiomatisierte Theorie kann man als die Topologische Feldtheorie im engeren Sinne auffassen (und ich werde sie im Folgenden durch TFT abkürzen, während mit TQFT die allgemeinere Theorie bezeichnet wird.). Man sollte aber nicht vergessen, dass sich längst nicht jede Topologische Quantenfeldtheorie unter diese Axiomatik einordnen lässt. Nicht einmal von der genannten Chern-Simons-Theorie ist bekannt, ob sie der Axiomatik genügt. Allerdings hat die Axiomatik den großen Vorteil, dass man, ohne von einer Quantisierung eines physikalischen Modelles ausgehen zu müssen, versuchen kann, direkt Modelle zu konstruieren, die den Axiomen genügen. Es hat sich herausgestellt, dass sich auf diese Weise viele interessante TFTs konstruieren lassen, die zum Teil zu neuen topologischen Invarianten geführt haben.

Das Seminar befasst sich im Einzelnen mit den folgenden Themenbereichen:

- Elementare Chern-Simons-Theorie
- Zur mathematisch orientierten Quantisierung der Chern-Simons-Theorie
- Weitere Beispiele von rein topologisch begründeten Quantenfeldtheorien
- Die Axiom von Atiyah im Vergleich zu einer äquivalenten (kategorientheoretischen) Formulierung der Axiome
- TFT zu einer endlichen Gruppe
- Alle TFTs in den Dimensionen 1 und 2
- Die Konstruktion von Reshetikhin und Turaev
- TFT und Knoteninvarianten
- Erweiterte TFT (im Falle der Dimension 2: Einer berandeten Fläche wird ein Vektor zugeordnet, dem Rand ein Vektorraum und gewissen Punkten auf dem Rande eine Kategorie.)
- Kategorientheoretische Hintergründe dazu
- Zurück zur TQFT: Mirrorsymmetry, A-Modell und B-Modell
- Unendlichdimensionale Zustandsräume uns Konforme Feldtheorie
- TFT und Konforme Feldtheorie

Dienstgebäude
Theresienstr. 39
80333 München

Öffentliche Verkehrsmittel
Tram 27
Haltestelle Pinakotheken

schotten@math.lmu.de

- …

Das Seminar ist für höhere Semester (Mathematik oder Physik) gedacht, und es ist hilfreich, eine gewisse Vertrautheit mit Quantenfeldtheorie zu haben. Allerdings lässt sich das Konzept einer (erweiterten) TFT ganz ohne Physik verstehen, wir habe es dann mit einer besonderen algebraischen Topologie zu tun. Während also Kenntnisse in Quantenfeldtheorie günstig sind, ist ein Basiswissen über die Topologie von Mannigfaltigkeiten notwendig. Von den Teilnehmern werden keine eigenen Vorträge verlangt – sie sind aber im Einzelfall hochwillkommen – sodass die Veranstaltung eher Kurs-Charakter haben wird.

Die oben aufgelisteten Themen haben nicht das Format von einzelnen Vorträgen, zu vielen der Themen lassen sich mehrere Vorträge halten. Die Liste ist eher als Orientierung gedacht, eine Auswahl wird während des Seminars getroffen, insbesondere ist vorgesehen, dass die Teilnehmer auf die Auswahl einen maßgeblichen Einfluss haben. Vorschläge und Wünsche zum Fortgang des Kurses sind daher hochwollkommwn. Bitte bald melden! Damit eine solche Auswahl überhaupt getroffen werden kann, ist unten eine Literaturliste angegeben mit den wichtigsten Arbeiten, die die TFT in Gang gebracht haben und mit mehreren Übersichtsartikeln.

Wer also einen Vortrag halten möchte, der wähle sich einen geeigneten Aspekt eines der genannten Themen aus.

Literatur:

Bücher und Übersichten:

[At] M. Atiyah: Topological quantum field theories, Pub. Math. l'IH´ES 68, 175–186, 1988.
[Ba06] B. Bartlett: Categorial Aspects of Topological Quantum Field Theories. Master Thesis 2005
[BK] Bakalov, Kirillov: *Lectures on tensor categories and modular functors*. AMS Lecture Notes (2001). Also available at `http://www.math.sunysb.edu/~kirillov/tensor/tensor.html`.
[Fr] D. Freed: Lectures on Topological Quantum Field Theory. 1992.
[FRS] J. Fuchs, I. Runkel and C. Schweigert: TFT construction of RCFT correlators I - V. 1994 - 2005.
[Ho] C. Hofman: Topological Field Theory. 1998.
[Ko] J. Kock: *Frobenius Algebras and 2D Topological Quantum Field Theories*, Cambridge UPress (2004).
[LB] Labastida, Lozano: Lectures on Topological Quantum Field Theory. 1997.
[II] Ivancevic, Ivancevic: Undergraduate Lecture Notes in Topological Quantum Field Theory. 2008
[Se] G. Segal: Lecture Notes on topological and conformal field theories. Stanford 1999, at `http://www.cgtp.duke.edu/ITP99/segal/`.
[Tu] V. Turaev: *Quantum invariants of knots and 3-manifolds*. DeGruyter Lehrbuch, 1994.
[Wa] K. Walker: TQFT's. 2006
[Wr] K. Wray: Three Dimensional Topological Field Theory. 2011.

Weitergehende Arbeiten:

[Ba09] B. Bartlett: On unitary 2-representations of finite groups and topological quantum field theory. Dissertation 2009.
[BD] Baez, Dolan: Higher-Dimensional Algebra and Topological Quantum Field Theory. 1995.
[FHLT] D.S. Freed, M.J. Hopkins, J. Lurie, C. Telemann: Topological Quantum Field Theories from Compact Lie Groups. 2009.
[FQ] D.S. Freed and F. Quinn, Chern-Simons Theory with Finite Gauge Group, Comm. Math. Phys. 156, no. 3 (1993), 435-472.

[Ka10] A. Kapustin: Topological Field Theory, Higher Categories, and Their Applications. Proc. Int. Congress in Maths, 2010

[Ka11] Anton Kapustin: Langlands duality and topological field theory. In: Second International School on Geometry and Physics, Geometric Langlands and Gauge Theory. Bellaterra 2010.

[KS] Kapustin, Saulina: Surface operators in 3d Topological Field Theory and 2d Rational Conformal Field Theory. 2010.

[La] C.I. Lazaroiu: On the structure of open-closed topological field theory in two dimensions. 2003.

[OT] Ohta, Takimi: Lattice Formulation of Two Dimensional Topological Field Theory. 2006.

[RT] N.Y. Reshetikhin and V.G. Turaev: Invariants of 3-manifolds via link polynomials and quantum groups, Invent. Math. 103 (1991), 547-597.

[Se] G. Segal: The definition of conformal field theory, from 'Topology, Geometry and Quantum Field Theory: Proceedings of the 2002 Oxford Symposium in Honour of the 60th birthday of Graeme Segal', London Mathematical Society Lecture Note Series (No. 308).

[Wi88] E. Witten: Topological quantum field theory, Comm. Math. Phys. 117 (1988) 353–386.

[Wi89] E. Witten: Quantum field theory and the Jones polynomial, Comm. Math. Phys. 121, 351, 1989.

[Wi92] E. Witten: Mirror manifolds and topological field theory, in Essays on Mirror manifolds, Ed. S.-T. Yau, pp. 120–158, International Press, 1992.