5. Der n-dimensionale Fall

Sei jetzt X eine n-dim. komplexe Mannigfaltigkeit, $S \subset X$ ein Divisor, d.h. eine n-dim. analytische Teilmenge, $G = GL(n, \mathbb{C})$. Wie schon einmal erwähnt:

$$\mathrm{Hom}(\pi_1(X \setminus S), G)/_{\sim} \cong \{\text{Flache Zushge auf } X \setminus S\}/_{\sim}$$

$$\cong$$

$$\{\text{Lokale Systeme auf } X \setminus S\}/_{\sim}$$

$\mathcal{O}_X[S] \subset \mathcal{M}_X$ Garbe der Keime von meromorphen Funktionen, die ihre Pole in S haben

Def: Meromorphe Zushg entlang S ist $\mathcal{O}_X[S]$-Modul M mit

$$\nabla : \Theta_X \longrightarrow \mathrm{End}_{\mathbb{C}}(M) \quad \text{mit}$$

$$\nabla_{fv}(m) = f\,\nabla_v(m)$$
$$\nabla_v(gm) = v(g)\,m + g\,\nabla_v(m)$$
$$[\nabla_v, \nabla_w] = \nabla_{[v,w]}$$

∇ regulär $:\Longleftrightarrow \forall\, i \in \mathcal{O}(\mathbb{E}, X) : i^{-1}(0) = \{0\} \Rightarrow i^*M$ regulär im Sinne von Abschnitt 1

Bem.: M ist auch ein D_X-Modul!

$\mathrm{Conn}^{\mathrm{reg}}(X;S)$ Kategorie der reg. merom. Zshge entlang S.

<u>Thm</u> (Deligne '70): Die Restriktion

$$\mathrm{Conn}^{\mathrm{reg}}(X;S) \longrightarrow \mathrm{Conn}(X \setminus S)$$

$\cong$ Lokale Systeme $X-S$

ist Äquivalenz von Kategorien.

Im algebraischen Fall: $\mathrm{Conn}^{\mathrm{reg}}(X;S)$ algebraisch definiert.

<u>Thm</u>: X projektiv & glatt, $S \subset X$ 1-codimensional

- $\mathrm{Conn}^{\mathrm{reg}}(X,S) \longrightarrow \mathrm{Conn}(X^{an} \setminus S)$ Äquivalenz v. Kateg.
- $\mathrm{Conn}^{\mathrm{reg}}(X,D) \longrightarrow \mathrm{Loc}(X^{an} \setminus S)$ Äquivalenz v. Kateg.

Streckenweise sehr geometrische Beweise.

Ersatz von:

Hironakas Auflösung von Singularitäten
Grauerts Bildgarbensatz
~~GAGA~~ (Serre)

Literatur: Deligne: Equations différentielles à points singuliers réguliers. Springer LN 153 (1970). Auch im Buch von Borel ed.: "Algebraic D-Modules" s.o.