Programm zum Seminar ,,Langlands Correspondence V"
im Sommersemester 2012

Teilprogramm: Modulräume

Das Ziel dieses Seminarteils besteht darin, einen Einblick in die Konstruktionsprinzipien für grobe Modulräume von Prinzipalbündeln zu erhalten. Dabei geht es in M1-M3 zunächst um die Konstruktion des Quotienten bzgl. einer Gruppenoperation (z.B. zur Klassifikation von Hyperflächen festen Grades im P^n bis auf projektive Äquivalenz klassifizieren lassen), M4-M6 behandeln darauf aufbauend die Konstruktion von Modulräumen (Klassifikation bis auf Isomorphie).

M1 Operation linearer algebraischer Gruppen auf Vektorräumen
(Abschnitte 1.1, 1.2 und 1.3 in [S])
Wiederholung der wichtigsten Begriffe aus der Theorie der linearen algebraischen Gruppen und ihrer Darstellungen (insbesondere des Begriffs der reduktiven Gruppen), Definition des kategoriellen Quotienten eines Vektorraums, Formulierung des Hilbert-Mumford-Kriteriums, Anwendung auf Probleme der klassischen Invariantentheorie (Wenn genügend Zeit bleibt, kann auf den Begriff des *Köchers* eingegangen werden, der eine einheitliche Beschreibung vieler Probleme ermöglicht.)

M2 Allgemeine Gruppenoperationen und Konstruktion von Quotienten
(Abschnitt 1.4 in [S], Kapitel 1 in [MF])
Definition der Begriffe *guter, kategorieller, geometrischer Quotient*, Existenz guter Quotienten affiner Varietäten, Linearisierung von Gruppenoperationen, Existenz guter Quotienten im allgemeinen Fall (Satz 1.4.3.8), Beispiele

M3 Das Hilbert-Mumford-Kriterium
(Abschnitt 1.5 in [S], Kapitel 2 in [MF])
Beschreibung des allgemeinen Hilbert-Mumford-Kriteriums für (semi-)stabile Punkte, Anwendung des Kriteriums auf konkrete Beispiele; ebenfalls interessant ist die Beschreibung der Einparameter-Untergruppen durch parabolische Untergruppen, weil erstere für die Anwendung des HM-Kriteriums benötigt werden; die Abschnitte 1.5.1 und 1.5.2 können dagegen bei Zeitknappheit weggelassen werden

M4 Klassifikation von Vektorraum-Bündeln
(Abschnitt 2.2 in [S])
Grundbegriffe aus der Theorie der Vektorraum-Bündel; Satz von Riemann-Roch; beschränkte Vektorraum-Bündel; Grothendiecks Quot-Schema; Hauptziel ist die Konstruktion des Modulraums der VR-Bündel über einer Kurve mit den Techniken aus den ersten drei Vorträgen (Satz 2.2.4.8 von Simpson)

M5 Das Klassifikationsproblem für Prinzipalbündel
(Abschnitte 2.1, 2.3 und 2.4 in [S])
prinzipale G-Bündel und ihre assoziierten Faserräume, Erweiterung und Restriktion von prinzipalen G-Bündeln (Abschnitt 2.1.1), Begriffe “bump” und “swamp” als (VR-)Bündel mit Zusatzstruktur (S. 116, 136), Bradlow-Paare und konische Bündel als Spezialfälle von “swamps”, Beschreibung von Prinzipalbündeln durch “swamps” (S. 112 als einführendes Beispiel, Abschnitt 2.4.1 für den allgemeinen Fall), Beschränktheit der VR-Bündel von “swamps” (Abschnitt 2.3.4), Formulierung des Klassifikationsproblems für “bumps” (S. 116 ff.), Formulierung des Hauptsatzes über die Klassifikation von “swamps” (Satz 2.3.2.5)

M6 Konstruktion der Modulräume für Prinzipalbündel
(Abschnitte 2.3 und 2.4 in [S])
Hier ist das Ziel eine Skizzierung der Beweise von Satz 2.3.2.5 über Modulräume von “swamps” und Satz 2.4.1.8 über Modulräume von Prinzipalbündeln.

[MF] D. Mumford, J. Fogarty, *Geometric Invariant Theory*. Springer-Verlag 2008

[S] A. Schmitt, *Geometric Invariant Theory and Decorated Principal Bundles*. European Mathematical Society, 2008.