

MIA – Präsenzübungen 6.11 – 10.11.2006

Bitte beachten: Keinesfalls müssen alle Aufgaben abgearbeitet werden.

Gegebenenfalls können noch Aufgaben aus den letzten Vorschlägen zu Präsenzaufgaben bearbeitet werden.

1. K sei ein Körper. Man folgere direkt und ausführlich aus den Körperaxiomen (und zwar nur aus den Körperaxiomen und gegebenenfalls aus 4.4 – „Eindeutigkeit der Lösungen x in $a+x=b$, $ax=b$ “) die folgenden Regeln für beliebige $a, b, c \in K$:

- $-(-a) = a$
- $ab = (-a)(-b)$
- $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$
- $a(b - c) = ab - ac$
- $ab \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$ und $b \neq 0$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ unter Verwendung von $2x := x + x$ und $x^2 := x \cdot x$

2. Beweise oder widerlege für einen Körper K :

- $\forall x \in K, x \neq 0$, gilt $2x \neq 0$.
- $\forall n \in K$ gilt $n + 1 \neq 0$.
- $\forall x \in K, x \neq 0$, gilt $\frac{1}{2}x \neq 0$.

Achtung: Was ist denn eigentlich $\frac{1}{2}x$?