

## MIA – Präsenzübungen 25.-27.10.06

Man zeige (bestimme) durch Induktion und auch anders:

1. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $n^2 > 2n + 2$ ?

2. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $n^2 > 4n$ ?

3. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n$ ?

4.

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

5.

$$\binom{\alpha}{k+1} := \frac{\alpha}{k+1} \binom{\alpha-1}{k}$$

6.

$$\binom{\frac{1}{2}}{k} = (-1)^{k-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-3)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2k)}$$

Man bestimme:

7.

$$\binom{-\frac{1}{2}}{k}$$

Man zeige

8. Für reelle Zahlen  $\alpha > -\frac{1}{2}$  gilt

$$\forall n \in \mathbb{N} : (1 + 2\alpha)^n \geq 1 + 2n\alpha + 2(n-1)\alpha^2$$

9. Für alle  $n \in \mathbb{N}$  ist

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2.$$

Ansatz: Die Summe ist kleiner als  $2 - \frac{1}{n+1}$ .