Mathematisches Institut
Universität München

Prof. Dr. M. Schottenloher
C. Paleani
M. Schwingenheuer
A. Stadelmaier

SS 2009

Präsenzübungen zur Funktionentheorie - Blatt 10

29.6. – 3.7.2009

1. Aufgabe: Man zeige, dass der Raum $\mathcal{O}(U)$ als metrischer Raum vollständig ist (für offene $U \subset \mathbb{C}$).
2. Aufgabe: Beweisen Sie, dass die Menge der Polynome dicht in $\mathcal{O}(D(0,r))$ liegt ($r > 0$).
3. Aufgabe: Man beweise oder widerlege für eine formale Laurentreihe $\sum c_m T^m$, $(m \in \mathbb{Z}$ (!!)), die in einem Punkt $z_0 \in \mathbb{C}^*$ konvergiert:
   - Der Nebenteil der Laurentreihe hat einen Konvergenzradius $\geq |z_0|$.
   - Der Hauptteil der Laurentreihe hat einen Kovergenzradius von $\geq |z_0|^{-1}$.
   - Es gibt $r < R$, $r \leq |z_0| \leq R$, so dass die Reihe in dem Kreisring $A_{r,R}(0)$ konvergiert.
   - Die Reihe $\sum c_m z^m$ konvergiert für alle $z \in \mathbb{C}$, $|z| = |z_0|$.
   - Wenn die Reihe in dem Kreisring $A_{r,R}(0)$, $r < R$, punktweise konvergiert, dann auch normal.
4. Aufgabe: Bestimmen Sie die Laurententwicklung von $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$
   - in $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$, und
   - in $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$.