

Prof. Dr. M. Schottenloher
C. Paleani
M. Schwingenheuer
A. Stadelmaier

Präsenzübungen zur Funktionentheorie - Blatt 3

11.5. – 15.5.2009

1. Aufgabe: Man beweise: $e : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$ ist ein stetiger und surjektiver Homomorphismus von Gruppen. (Welche Gruppenstrukturen sind hier angesprochen?)
2. Aufgabe: Man diskutiere die Aussage: *Jeder analytische Homomorphismus $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$ ist bereits e .* Hinweis: Man untersuche zunächst den Fall, dass h surjektiv ist.
3. Aufgabe: Man gebe mehrere verschiedene Begründungen für die folgenden Identitäten
 - $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$ auch für nichtreelle $z \in \mathbb{C}$.
 - $\cosh(z + w) = \cosh z \cosh w + \sinh z \sinh w$ auch für nichtreelle $z \in \mathbb{C}$.
 - $z, w, u \in \mathbb{C}, z + w + u = 0 \implies \cot z \cot w + \cot w \cot u + \cot u \cot z = 1$.
4. Aufgabe: Sei $L : U \rightarrow \mathbb{C}$ eine stetige Funktion mit $\exp L(z) = z$ für alle $z \in U$. Dann ist L analytisch.
5. Aufgabe: Man diskutiere und entscheide für welche $z, w \in \mathbb{C}^{**}$ die Identität

$$\log zw = \log z + \log w$$

gültig hat, wenn \log den Hauptzweig Log_0 des Logarithmus bezeichnet.