

Prof. Dr. M. Schottenloher  
C. Paleani  
M. Schwingenheuer  
A. Stadelmaier

## Präsenzübungen zur Funktionentheorie - Blatt 3

11.5. – 15.5.2009

1. Aufgabe: Man beweise:  $e : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$  ist ein stetiger und surjektiver Homomorphismus von Gruppen. (Welche Gruppenstrukturen sind hier angesprochen?)
2. Aufgabe: Man diskutiere die Aussage: *Jeder analytische Homomorphismus  $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$  ist bereits  $e$ .* Hinweis: Man untersuche zunächst den Fall, dass  $h$  surjektiv ist.
3. Aufgabe: Man gebe mehrere verschiedene Begründungen für die folgenden Identitäten
  - $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$  auch für nichtreelle  $z \in \mathbb{C}$ .
  - $\cosh(z + w) = \cosh z \cosh w + \sinh z \sinh w$  auch für nichtreelle  $z \in \mathbb{C}$ .
  - $z, w, u \in \mathbb{C}, z + w + u = 0 \implies \cot z \cot w + \cot w \cot u + \cot u \cot z = 1$ .
4. Aufgabe: Sei  $L : U \rightarrow \mathbb{C}$  eine stetige Funktion mit  $\exp L(z) = z$  für alle  $z \in U$ . Dann ist  $L$  analytisch.
5. Aufgabe: Man diskutiere und entscheide für welche  $z, w \in \mathbb{C}^{**}$  die Identität

$$\log zw = \log z + \log w$$

gültig hat, wenn  $\log$  den Hauptzweig  $\text{Log}_0$  des Logarithmus bezeichnet.