Mathematisches Institut
Universität München

Prof. Dr. M. Schottenloher
C. Paleani
M. Schwingenheuer
A. Stadelmaier

SS 2009

Präsenzübungen zur Funktionentheorie - Blatt 1

27.4. – 30.4.2009

1. Aufgabe: Man bestimme explizit alle Lösungen der Gleichung $z^n - 1 = 0$ im Körper der komplexen Zahlen.
2. Aufgabe: Man bestimme explizit alle Lösungen der Gleichung $z^n + 1 = 0$ im Körper der komplexen Zahlen.
3. Aufgabe: Man beweise oder widerlege
   - $\mathbb{Q} + i\mathbb{Q} \subset \mathbb{C}$ ist Unterkörper von $\mathbb{C}$.
   - $\mathbb{Q} + i\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ ist Unterkörper von $\mathbb{C}$.
4. Aufgabe: Gibt es einen minimalen Unterkörper $k \subset \mathbb{C}$, in dem die Gleichungen $z^2 + 1 = 0$ und $z^2 - 2 = 0$ eine Lösung haben? Wie sieht er aus?
5. Aufgabe: Eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $L : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ sei durch eine reelle 2×2-Matrix $M_L = (m_{ij})$ gegeben. Man zeige: Genau dann ist L komplex-linear, wenn $m_{11} = m_{22}$ und $m_{12} = -m_{21}$ gilt.
6. Aufgabe: Man begründe, warum die Menge $\mathcal{O}(U)$ der holomorphen Funktionen $f : U \to \mathbb{C}$ auf einer nichtleeren, offenen Menge $U \subset \mathbb{C}$, eine kommutative $\mathbb{C}$-Algebra mit 1 ist.
7. Aufgabe: Kann $\mathcal{O}(U)$ Nullteiler haben?
8. Aufgabe: Warum sollten wir auch bei einer konvergenten Potenzreihe $\sum a_n T^n$ besser nicht $\sum a_n z^n$ schreiben?
9. Aufgabe: Was hat $\limsup \frac{|a_{n+1}|}{|a_n}$ unter welchen Bedingungen mit den Konvergenzradius von $\sum a_n T^n$ zu tun?