MATHEMATISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN Dr. E. Schörner	WS 2016/17 Blatt 10 09.01.2017

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

37. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1996).* Man bestimme die metrische Normalform der Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 4\,(x^2+y^2) + 2\,x\,y + x + y - \frac{9}{10} = 0 \right\}$$

sowie ihren Mittelpunkt, die Hauptachsen und die Länge der Achsenabschnitte.

38. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1996).* Man bestimme die metrische Normalform des Kegelschnitts

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 3\,x^2 + 8\,x\,y - 3\,y^2 + 12\,x + 6\,y - 1 = 0 \right\}.$$

39. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1999).* Es sei $E \subseteq \mathbb{R}^2$ der geometrische Ort aller Punkte $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, deren Abstand von der Geraden $\ell = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x = 3 \right\}$ doppelt so groß ist wie von der Kreislinie $K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4 \right\}$. Man zeige, daß E aus zwei Ellipsen besteht, und bestimme deren Mittelpunkte und die Längen ihrer Hauptachsen.

40. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2002).* In der euklidischen Ebene $\mathbb{R}^2$ sei ein Dreieck ABC durch die Koordinaten seiner Ecken

$$A = (0,0), \qquad B = (1,0), \qquad C = (c,1) \text{ mit } c \in \mathbb{R}$$

gegeben.

a) Man bestimme in Abhängigkeit von $c \in \mathbb{R}$ die Gleichung der Höhe h_C in diesem Dreieck durch die Ecke C, die Gleichung der Höhe h_A durch die Ecke A sowie den Höhenschnittpunkt H.

b) Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ liegt der Höhenschnittpunkt außerhalb des Dreiecks?

c) Man zeige: Wenn $c \in \mathbb{R}$ variiert, bewegt sich H auf einem Kegelschnitt. Man bestimme die euklidische Normalform und den Typ dieses Kegelschnitts.