

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

21. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2008*). Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = -\frac{1+2x}{1+2y} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0$$

im Bereich

$$B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -\frac{1}{2} < y \right\}$$

mit maximalem Definitonsintervall.

22. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2005*). Man bestimme die maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = \frac{1}{x} y^2 \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{mit} \quad y(1) = 1.$$

23. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2011*). Man bestimme die maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = \frac{2 \cos^2(y)}{1-x^2} \quad \text{mit} \quad y(0) = \frac{\pi}{3}.$$

24. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2013*).

- a) Man zeige, daß das Anfangswertproblem

$$y' = e^{x-y} \quad \text{mit} \quad y(0) = \ln 2$$

eine auf ganz \mathbb{R} definierte Lösungsfunktion $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ besitzt.

- b) Man bestimme für die Lösungsfunktion φ die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\varphi(x) - x)$$

und skizziere den Graphen G_φ von φ .