

## Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

13. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2005*). Gegeben sei die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{y^2} - \frac{y^2}{16}$$

mit  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq 0 \text{ und } y \neq 0\}$ .

- a) Man bestimme alle lokalen Extrema von  $f$ .
- b) Ist  $f$  nach oben beschränkt?

14. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2009*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 2x^2 + y^2 - xy^2.$$

- a) Man bestimme alle kritischen Stellen und lokalen Extrema der Funktion  $f$ .
- b) Besitzt die Funktion  $f$  ein globales Maximum oder ein globales Minimum? Man begründe die Antwort.

15. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2011*). Man zeige, daß  $(e, e)$  ein kritischer Punkt der Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^y - y^x,$$

ist, und bestimme, ob in  $(e, e)$  ein lokales Minimum oder Maximum, ein Sattelpunkt oder ein Punkt, in dem mit der Hessematrix keine Aussage möglich ist, vorliegt.

16. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^2(x^2 + y^2 - 2).$$

- a) Man bestimme die Nullstellen von  $f$  und skizziere die Bereiche des  $\mathbb{R}^2$ , in denen  $f$  positive bzw. negative Funktionswerte besitzt.
- b) Man bestimme alle lokalen Extremstellen von  $f$ .