

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

45. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002*). Durch die Gleichung

$$2x^2 + xy - 6y^2 + 4x + y + 2 = 0$$

wird eine Quadrik in der Ebene $\mathbb{R}^2$ gegeben. Man bestimme deren Mittelpunkt und zeige, daß die Quadrik ein Geradenpaar ist.

46. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014*). In Abhängigkeit vom Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ ist der Kegelschnitt

$$Q_\lambda = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \lambda x^2 + 2xy + 2y^2 + \lambda^2 - 4 = 0 \right\}$$

gegeben. Man bestimme alle $\lambda \in \mathbb{R}$, so daß Q_λ eine Ellipse ist.

47. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013*). Man bestimme in Abhängigkeit vom Parameter $s \in \mathbb{R}$ für den Kegelschnitt

$$K_s = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2sxy + s(s+1)y^2 + 2x = 0 \right\}$$

die affine Normalform sowie den affinen Typ.

48. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2007*). Es sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Im $\mathbb{R}^2$ sei

L_t die Verbindungsgerade der Punkte $(1, 0)$ und (t, t)

sowie

M_t die Verbindungsgerade der Punkte $(0, 1)$ und $(-t, -t)$.

- a) Man bestimme den Schnittpunkt P_t der Geraden L_t und M_t .
- b) Man zeige, dass P_t auf dem Kegelschnitt

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - y)^2 = x + y\}$$

liegt, und bestimme den affinen Typ dieses Kegelschnitts C .

Abgabe bis Dienstag, den 31. Januar 2017, 10⁰⁰ Uhr (Kästen vor der Bibliothek).