

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

41. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010*). In der euklidischen Ebene \mathbb{R}^2 mit den Koordinaten x und y ist die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2xy + y^2 + x - 3y - 4 = 0 \right\}$$

gegeben. Man bestimme die euklidische Normalform sowie den Typ von Q .

42. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2011*). Für welche Wahl des Parameters $s \in \mathbb{R}$ ist der Kegelschnitt

$$P = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x^2 + 2sxy + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0 \right\}$$

eine Parabel? Man bestimme für diesen Parameterwert die euklidische Normalform, den Scheitel und die Symmetrieachse der Parabel P und skizziere sie im x - y -Koordinatensystem.

43. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*). Sei $K \subseteq \mathbb{R}^2$ der geometrische Ort aller Punkte, die von der Geraden $L = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ und dem Punkt $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ gleich weit entfernt sind. Man zeige, daß K ein Kegelschnitt ist, und bestimme den Typ und die metrische Normalform von K .

44. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2015*). Man bestimme in Abhängigkeit vom Parameter $a \in \mathbb{R}$ die euklidische Normalform und den Typ der durch die Gleichung

$$(a+1)x^2 + (a+1)y^2 + 2(a-1)xy + 2\sqrt{2}ax + 2\sqrt{2}ay + 2a - 2 = 0$$

gegebenen Quadrik im \mathbb{R}^2 .

Abgabe bis Dienstag, den 24. Januar 2017, 10⁰⁰ Uhr (Kästen vor der Bibliothek).