MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2016/17
Blatt 10
10.01.2017

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt"

37. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1996).* Man bestimme die metrische Normalform der Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 14\,x^2 - 4\,x\,y + 11\,y^2 - 28\,x + 4\,y + 13 = 0 \right\}$$

sowie ihren Mittelpunkt, die Hauptachsen und die Länge der Achsenabschnitte.

38. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).* Man bestimme die euklidische Normalform des Kegelschnitts mit der Gleichung

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 7\,x^2 + 48\,x\,y - 7\,y^2 - 6\,x + 8\,y = 0 \right\}.$$

39. *(Klausuraufgabe Sommersemester 2003).* Gegeben seien die Geraden

$$g = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{sowie} \qquad h = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

   a) Man bestimme die Abstände $d(P,g)$ und $d(P,h)$ des Punktes $P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ von g bzw. h.

   b) Man zeige: Die Menge aller Punkte P mit $d(P,g)^2 + d(P,h)^2 = 40$ ist genau die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 5\,x^2 + 6\,x\,y + 5\,y^2 - 48\,x - 80\,y + 120 = 0 \right\}.$$

   c) Man zeige, daß Q eine Ellipse ist, und bestimme ihren Mittelpunkt, ihre Hauptachsen sowie die Länge ihrer Achsenabschnitte.

40. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2004).*

   In der euklidischen Ebene $\mathbb{R}^2$ seien die Punkte $A = (-1,0)$, $B = (1,0)$ gegeben und in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$, $t \neq 0$, der Punkt $C = (t,t)$. Man bestimme in Abhängigkeit von t

   a) eine Gleichung für die Gerade durch A und C;

   b) eine Gleichung für die Höhe h_B des Dreiecks ABC durch die Ecke B;

   c) den Höhenschnittpunkt H des Dreiecks ABC.

   Man zeige außerdem:

   d) Wenn t variiert, bewegt sich H auf einer Hyperbel.

Abgabe bis Dienstag, den 17. Januar 2017, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).