

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

13. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2007*). Für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 6x^2y - 5x^2 + 2x - 2y^3,$$

bestimme man Lage und Art ihrer kritischen Punkte sowie ihren Wertebereich.

14. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^3 + y^2 - xy - x.$$

- Man bestimme alle lokalen Extremstellen und Sattelpunkte der Funktion f .
- Man bestimme alle globalen Extremstellen der Funktion f auf dem Rechteck

$$R = [-1, 1] \times [-1, 2].$$

15. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = xy \exp(x - y).$$

- Man zeige

$$\text{grad } f(x, y) = (y(1+x) \exp(x-y), x(1-y) \exp(x-y))$$

und bestimme die Punkte (x, y) , die $\text{grad } f(x, y) = (0, 0)$ erfüllen.

- Man berechne die Hessematrix von f und entscheide mit deren Hilfe, ob f lokale Extremstellen besitzt, und bestimme gegebenenfalls deren Typ.

16. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (x^2 + 1) (\sin(\pi y) + 2).$$

- Man zeige, daß f unendlich viele isolierte lokale Minima besitzt.
- Man untersuche, ob f lokale Maxima besitzt.
- Man bestimme $f(\mathbb{R}^2)$.

Abgabe bis Dienstag, den 22. November 2016, 10⁰⁰ Uhr (Kästen vor der Bibliothek).