MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 5
10.11.2014

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

17. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2005).* Man bestimme die maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = \frac{1}{x-2}\, y + x^2 - 2\,x \qquad \text{für} \quad x < 2 \qquad \text{mit} \quad y(1) = \tfrac{3}{2}.$$

18. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Gegeben sei die Funktion

$$a : \left]-1;1\right[\to \mathbb{R}, \quad a(x) = \frac{1-x}{(1+x)\,(1+x^2)}.$$

a) Man bestätige, daß für alle $x \in \left]-1;1\right[$

$$a(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{x}{1+x^2}$$

gilt, und bestimme damit eine Stammfunktion $A : \left]-1;1\right[\to \mathbb{R}$ von a.

b) Man löse das Anfangswertproblem $y' = a(x)\,y$ mit $y(0) = 1$.

19. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Für $x > 0$ seien die Differentialgleichungen

$$(1) \quad x\,y' = 2\,y + x^2 \qquad \text{und} \qquad (2) \quad f'''(x) = \frac{2}{x}$$

gegeben.

a) Man zeige ohne Ermittlung der allgemeinen Lösung von (1): Jede mindestens dreimal stetig differenzierbare Lösungsfunktion $y = f(x)$ von (1) ist auch eine spezielle Lösung von (2).

b) Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$f'''(x) = \frac{2}{x} \qquad \text{mit} \qquad f(1) = -\frac{1}{2}, \quad f'(1) = 0, \quad f''(1) = 2.$$

20. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2005).* Man bestimme die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{array}{rcl} y_1' & = & y_1 + y_2 \\ y_2' & = & y_2 + 1 \end{array} \qquad \text{mit} \qquad y_1(0) = y_2(0) = 1.$$