MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 3
27.10.2014

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

9. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2011).* Man bestimme die Maxima und Minima der Funktion
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)} \cdot \left(-x^2+1\right)$$
auf der Kreisscheibe $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1\right\}$.

10. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2009).* Man berechne Maximum und Minimum der Funktion
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x^3 + 4y^3 - 3x - 3y,$$
auf dem Quadrat $[-1,+1] \times [-1,+1]$. An welchen Stellen wird der Extremwert jeweils angenommen?

11. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Man bestimme Infimum und Supremum der Funktion
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x\,y\,(x+y-1)\,,$$
auf der Menge $M = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x,\ y \geq 0,\ x+y-1 \leq 0\right\}$.

12. Gegeben sei die Funktion
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x_1,x_2) = \begin{cases} x_1\,x_2\,\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1^2+x_2^2}, & \text{für } (x_1,x_2) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x_1,x_2) = (0,0). \end{cases}$$

    a) Man zeige, daß f partiell differenzierbar ist, und bestimme die partiellen Ableitungen $\partial_1 f(x_1,x_2)$ und $\partial_2 f(x_1,x_2)$ für alle $x \in \mathbb{R}^2$.
    b) Man zeige, daß f zweimal partiell differenzierbar ist, im Nullpunkt aber $\partial_1\partial_2 f(0,0) \neq \partial_2\partial_1 f(0,0)$ gilt.
    c) Ist f stetig an der Stelle $(0,0)$?