

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

5. Man zeige, daß die folgenden Funktionen partiell differenzierbar sind, und bestimme ihre partiellen Ableitungen:

a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2) = (2x_1 - x_2)^3$

b) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x_1, x_2) = \sin x_1 \cdot \cos x_2$

c) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x_1, x_2) = (x_1^2 + 10x_1x_2 + x_2^2)e^{x_1^2+x_2^2}$

d) $k : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad k(x_1, x_2) = x_2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2}.$

6. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2006*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \begin{cases} \sin x \cdot \arctan \left(\ln \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \right), & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Man zeige, daß die partielle Ableitung von f nach der 1. Variablen im Punkt $(0, 0)$ existiert, und bestimme diese.

7. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007*). Sei $D = [-1, 1] \times [0, 2\pi] \subseteq \mathbb{R}^2$ und

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x + e^x \cos y.$$

Bestimmen Sie alle globalen Maximal- und Minimalstellen von f .

8. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2003*). Man bestimme alle Stellen, an denen die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = |x - y| \cdot y$$

nicht partiell differenzierbar ist.