MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 1
13.10.2014

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Man zeige, daß die folgenden Funktionen stetig sind:

   a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2) = x_1 \cdot |x_1 - x_2|.$

   b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x_1, x_2) = \sin x_1 \cdot \cos x_2.$

   c) $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad h(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1 x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}, & \text{für } (x_1, x_2) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x_1, x_2) = (0,0). \end{cases}$

   d) $k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad k(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1 \sin(x_1 x_2)}{x_1^2 + x_2^2}, & \text{für } (x_1, x_2) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x_1, x_2) = (0,0). \end{cases}$

   Dabei kann die für alle $t \in \mathbb{R}$ gültige Beziehung $|\sin t| \leq |t|$ verwendet werden.

2. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1994).* Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{y^2}{x}\right), & \text{für } x \neq 0, \\ 1, & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

   a) Man zeige, daß für jedes $s \in \mathbb{R}$ die Funktion $f_s : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_s(t) = f(t, st)$, stetig ist.

   b) Ist f stetig an der Stelle $(0,0)$?

3. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Gegeben sei die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \exp(x + y),$$

   mit der Definitionsmenge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \geq 0 \text{ und } x^2 + y^2 = 3\}$.

   a) Man skizziere die Menge D.

   b) Man begründe, warum die Funktion f Maximum und Minimum annimmt.

   c) Man bestimme die Werte des Maximums und Minimums der Funktion f.

4. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2004).* Es sei $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ die abgeschlossene Einheitskreisscheibe sowie $f : B \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(1, 0) = 1$ und $f(-1, 0) = -1$. Man begründe, weshalb f auf dem Rand von B mindestens zwei voneinander verschiedene Nullstellen besitzt.