MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 12
13.01.2015

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

45. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002).* Durch die Gleichung

$$2\,x^2 + x\,y - 6\,y^2 + 4\,x + y + 2 = 0$$

wird eine Quadrik in der Ebene $\mathbb{R}^2$ gegeben. Man bestimme deren Mittelpunkt und zeige, daß die Quadrik ein Geradenpaar ist.

46. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014).* In Abhängigkeit vom Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ ist der Kegelschnitt

$$Q_\lambda = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \lambda\,x^2 + 2\,x\,y + 2\,y^2 + \lambda^2 - 4 = 0 \right\}$$

gegeben. Man bestimme alle $\lambda \in \mathbb{R}$, so daß Q_λ eine Ellipse ist.

47. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013).* Man bestimme in Abhängigkeit vom Parameter $s \in \mathbb{R}$ für den Kegelschnitt

$$K_s = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2\,s\,x\,y + s\,(s+1)\,y^2 + 2\,x = 0 \right\}$$

die affine Normalform sowie den affinen Typ.

48. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Es sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Im $\mathbb{R}^2$ sei

L_t die Verbindungsgerade der Punkte $(1, 0)$ und (t, t)

sowie

M_t die Verbindungsgerade der Punkte $(0, 1)$ und $(-t, -t)$.

a) Man bestimme den Schnittpunkt P_t der Geraden L_t und M_t.

b) Man zeige, dass P_t auf dem Kegelschnitt

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - y)^2 = x + y \right\}$$

liegt, und bestimme den affinen Typ dieses Kegelschnitts C.

Abgabe bis Dienstag, den 20. Januar 2015, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).