MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 7
25.11.2014

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

25. a) Man zeige, daß die Funktionen sinh und cosh sowie sin und cos Lösungen der Differentialgleichung $y'''' - y = 0$ sind.

    b) Man löse das Anfangswertproblem

$$y'''' - y = 0 \qquad \text{mit} \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 2, \quad y'''(0) = -2.$$

26. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2003).* Für den Parameter $a \in \mathbb{R}$ sei die Differentialgleichung

$$y'' + 2\,a\,y' + a^2\,y = 0.$$

gegeben; ferner sei $b > 0$ fest gewählt. Für welches $a \in \mathbb{R}$ gibt es eine Lösung $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y(1) = b$? Wie lautet sie? Man bestimme auch (in Abhängigkeit von b) das Verhalten dieser Lösung für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$.

27. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2003).* Man bestimme alle Zahlen $a \in \mathbb{R}$, für die alle Lösungen φ der Differentialgleichung

$$y'' + 2\,y' + a\,y = 0$$

der Bedingung $\lim\limits_{x\to\infty} \varphi(x) = 0$ genügen.

28. Man betrachte für $x > 0$ die beiden Differentialgleichungen

$$(*) \qquad y'' + \left(\frac{4}{x} - 3\right) y' + \left(\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x} - 4\right) y = 0,$$

$$(**) \qquad z'' - 3\,z' - 4\,z = 0.$$

    a) Man zeige: die Funktion $\varphi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ ist genau eine Lösung von $(*)$, wenn die Funktion $\psi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $\psi(x) = x^2\varphi(x)$, eine Lösung von $(**)$ ist.

    b) Man bestimme die allgemeine Lösung von $(**)$.

    c) Man bestimme eine Lösung φ von $(*)$ mit $\varphi(1) = 1$ und $\varphi'(1) = -3$.

Abgabe bis Dienstag, den 2. Dezember 2014, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).