MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 4
04.11.2014

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

13. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Für die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = 6\,x^2y - 5\,x^2 + 2\,x - 2\,y^3,$$

bestimme man Lage und Art ihrer kritschen Punkte sowie ihren Wertebereich.

14. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014).* Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = x^3 + y^2 - x\,y - x.$$

a) Man bestimme alle lokalen Extremstellen und Sattelpunkte der Funktion f.

b) Man bestimme alle globalen Extremstellen der Funktion f auf dem Rechteck

$$R = [-1,1] \times [-1,2]\,.$$

15. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).* Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x\,y\,\exp(x-y).$$

a) Man zeige

$$\operatorname{grad} f(x,y) = (y\,(1+x)\,\exp(x-y),\; x\,(1-y)\,\exp(x-y))$$

und bestimme die Punkte (x,y), die $\operatorname{grad} f(x,y) = (0,0)$ erfüllen.

b) Man berechne die Hessematrix von f und entscheide mit deren Hilfe, ob f lokale Extremstellen besitzt, und bestimme gegebenenfalls deren Typ.

16. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014).* Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \left(x^2+1\right)(\sin(\pi y)+2)\,.$$

a) Man zeige, daß f unendlich viele isolierte lokale Minima besitzt.

b) Man untersuche, ob f lokale Maxima besitzt.

c) Man bestimme $f(\mathbb{R}^2)$.

Abgabe bis Dienstag, den 11. November 2014, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).