MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2014/15
Blatt 3
28.10.2014

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt"

9. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2002).* Gegeben sei die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \sin(xy),$$

mit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \text{ und } x \geq 0,\ y \geq 0\}$. Man bestimme

a) die Menge M_1 aller $(a, b) \in D$ mit $f(x, y) \leq f(a, b)$ für alle $(x, y) \in D$.

b) die Menge M_2 aller $(a, b) \in D$ mit $f(a, b) \leq f(x, y)$ für alle $(x, y) \in D$.

Man begründe, warum M_1 und M_2 nicht leer sind.

10. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).* Man bestimme für die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 4xy - x^3y - xy^3,$$

mit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ Maximum und Minimum.

11. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2013).* Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (x + y)\, e^{x\,y}.$$

a) Man zeige, daß f keine kritischen Punkte besitzt.

b) Man bestimme die globalen Extremstellen von f auf der Kreisscheibe

$$K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\right\}.$$

12. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).*

a) Man diskutiere die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(r) = e^{-r^2} + r^2,$$

hinsichtlich globaler Extrema.

b) Man bestimme den kritischen Punkt der Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x, y) = e^{-x^2-y^2} + x^2 + y^2$$

und die Hessematrix im kritischen Punkt.

c) Besitzt g ein absolutes Extremum, und welcher Art ist es?

Abgabe bis Dienstag, den 4. November 2014, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).