

## Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

45. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008*). Gegeben seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad D = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

- a) Man bestimme die Hessesche Normalform für die durch  $A, B, C$  verlaufende Ebene. Welchen Abstand hat  $D$  von dieser Ebene?
- b) Man gebe eine Parameterdarstellung für jene Gerade durch  $D$  an, welche auf der Ebene aus a) senkrecht steht. Man bestimme den Schnittpunkt dieser Gerade mit der Ebene.

46. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2005*). Im euklidischen  $\mathbb{R}^3$  seien zwei Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  durch ihre Gleichungen

$$E_1 : x + y = 1 \quad \text{und} \quad E_2 : y + z = 1$$

gegeben. Man bestimme den Abstand des Nullpunkts von der Ebene  $E_1$  und von der Schnittgeraden  $L = E_1 \cap E_2$ .

47. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007*). Im euklidischen  $\mathbb{R}^3$  seien die Vektoren

$$t_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad t_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und damit die Geraden  $g_1 = t_1 + \mathbb{R}u_1$  sowie  $g_2 = t_2 + \mathbb{R}u_2$  gegeben.

- a) Man zeige, daß  $g_1$  und  $g_2$  windschief sind.
- b) Man bestimme die gemeinsame Lotgerade  $\ell$  von  $g_1$  und  $g_2$ .
- c) Man berechne den Abstand zwischen  $g_1$  und  $g_2$ .

48. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2012*). Im  $\mathbb{R}^4$  betrachte man die Geraden

$$g = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme einen Punkt  $P_g$  auf  $g$  und einen Punkt  $P_h$  auf  $h$ , deren Verbindungsvektor  $\overrightarrow{P_g P_h}$  sowohl auf  $g$  als auch auf  $h$  senkrecht steht. Man berechne den Abstand zwischen  $g$  und  $h$ .