MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 10
15.07.2020

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

37. Im euklidischen Vektorraum $(\mathbb{R}^3, \circ)$ seien die Vektoren

$$u_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{sowie} \qquad v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man bestimme jeweils die Abbildungsmatrix für die Orthogonalspiegelung s_U am Untervektorraum U von $\mathbb{R}^3$ für

a) die Gerade $U = \mathbb{R} \cdot u_1$ und b) die Ebene $U = \mathbb{R} \cdot v_1 + \mathbb{R} \cdot v_2$.

38. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2000).* Man zeige, daß die lineare Abbildung

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x) = A \cdot x, \quad \text{mit} \quad A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -8 & -4 \\ -8 & 1 & -4 \\ -4 & -4 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

orthogonal ist und eine Spiegelung an einer Ebene beschreibt.

39. Man zeige, daß die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, $f(x) = A \cdot x$, mit der Matrix

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$$

eine Ebenenspiegelung im euklidischen $(\mathbb{R}^4, \circ)$ beschreibt, und bestimme eine Basis dieser Ebene.

40. Im euklidischen $(\mathbb{R}^3, \circ)$ betrachte man die beiden Ebenen

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid 3\,x_1 + 4\,x_3 = 0 \right\} \quad \text{und} \quad F = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 0 \right\}.$$

Man bestimme eine orthogonale Matrix $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, so daß die zugehörige lineare Abbildung $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $g(x) = B \cdot x$, die Ebene E auf die Ebene F abbildet.