MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 3
27.05.2020

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

9. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2004).* Für den Parameter $a \in \mathbb{R}$ sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a \\ -a & 2+a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

gegeben. Man zeige: $\quad A$ diagonalisierbar $\quad \Longrightarrow \quad a = 0.$

10. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2016).* In Abhängigkeit vom Parameter $c \in \mathbb{R}$ sei die Matrix

$$M_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c \\ c & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

gegeben.

a) Man untersuche M_c (in Abhängigkeit von c) auf reelle Diagonalisierbarkeit.

b) Man bestimme für $c = 4$ eine invertierbare Matrix $P \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$ und eine Diagonalmatrix $D \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $P^{-1}M_4P = D$.

11. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Im Vektorraum $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$ sei die Basis

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Man bestimme die darstellende Matrix der linearen Abbildung

$$f : V \to V, \quad f(A) = A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis A_1, A_2, A_3, A_4.

b) Man entscheide, ob f diagonalisierbar ist.

12. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ werde eine reelle $n \times n$–Matrix A betrachtet; es bezeichne $A^\top$ die zu A transponierte Matrix. Man beweise oder widerlege:

a) Ist $\lambda \in \mathbb{R}$ ein Eigenwert von A, so auch von $A^\top$.

b) Ist $x \in \mathbb{R}^n$ ein Eigenvektor von A, so auch von $A^\top$.

c) Ist A diagonalisierbar, so auch $A^\top$.