MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 1
15.05.2020

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

1. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 5 & -11 & 7 \\ -2 & 2 & 2 \\ 3 & -9 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.

   a) Man zeige, daß $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ein Eigenvektor von A ist, und bestimme den zugehörigen Eigenwert.

   b) Man zeige, daß $\lambda = 4$ ein Eigenwert von A ist, und bestimme den zugehörigen Eigenraum.

2. Man bestimme alle Eigenwerte sowie Basen der zugehörigen Eigenräume für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -2 \\ 8 & -2 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 8 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2005).* Man zeige, daß die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

   diagonalisierbar ist, und bestimme eine invertierbare Matrix $P \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$ sowie eine Diagonalmatrix $D \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $D = P^{-1}AP$.

4. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Es sei V ein reeller Vektorraum mit der Basis v_1, v_2, v_3, v_4. Weiter sei $f : V \to V$ die lineare Abbildung mit

$$f(v_1) = v_2, \quad f(v_2) = v_3, \quad f(v_3) = v_4, \quad f(v_4) = v_1.$$

   Man berechne Basen für die Eigenräume von f in V und entscheide, ob f diagonalisierbar ist.