MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 12
05.07.2016

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

45. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).* Gegeben seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad D = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

   a) Man bestimme die Hessesche Normalform für die durch A, B, C verlaufende Ebene. Welchen Abstand hat D von dieser Ebene?

   b) Man gebe eine Parameterdarstellung für jene Gerade durch D an, welche auf der Ebene aus a) senkrecht steht. Man bestimme den Schnittpunkt dieser Gerade mit der Ebene.

46. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2005).* Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien zwei Ebenen E_1 und E_2 durch ihre Gleichungen

$$E_1 : x + y = 1 \qquad \text{und} \qquad E_2 : y + z = 1$$

gegeben. Man bestimme den Abstand des Nullpunkts von der Ebene E_1 und von der Schnittgeraden $L = E_1 \cap E_2$.

47. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien die Vektoren

$$t_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad t_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und damit die Geraden $g_1 = t_1 + \mathbb{R}\, u_1$ sowie $g_2 = t_2 + \mathbb{R}\, u_2$ gegeben.

   a) Man zeige, daß g_1 und g_2 windschief sind.

   b) Man bestimme die gemeinsame Lotgerade ℓ von g_1 und g_2.

   c) Man berechne den Abstand zwischen g_1 und g_2.

48. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Im euklidischen $(\mathbb{R}^4, \circ)$ seien

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = u_1 \in \mathbb{R}^4$$

$$U = u_1 + \mathbb{R}\, u_2 + \mathbb{R}\, u_3, \quad V = v_1 + \mathbb{R}\, v_2, \quad W = \mathbb{R}\, u_2 + \mathbb{R}\, u_3 + \mathbb{R}\, v_2 \subseteq \mathbb{R}^4.$$

   a) Man berechne eine Basis von $W^\perp$.

   b) Man berechne den Abstand von U und V.