MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 3
03.05.2016

# Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

9. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2004).* Für den Parameter $a \in \mathbb{R}$ sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a \\ -a & 2+a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

gegeben. Man zeige: $\qquad A \text{ diagonalisierbar} \quad \Longrightarrow \quad a = 0.$

10. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2002).* Für den reellen Parameter $s$ sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & s \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

gegeben.

a) Man berechne das charakteristische Polynom und die Eigenwerte von $A$.

b) Man untersuche, für welche Zahlen $s \in \mathbb{R}$ die Matrix $A$ zu einer reellen Diagonalmatrix ähnlich ist.

11. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Im Vektorraum $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$ sei die Basis

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Man bestimme die darstellende Matrix der linearen Abbildung

$$f : V \to V, \quad f(A) = A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$.

b) Entscheiden Sie, ob $f$ diagonalisierbar ist.

12. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ werde eine reelle $n \times n$–Matrix $A$ betrachtet; es bezeichne $A^\top$ die zu $A$ transponierte Matrix. Man beweise oder widerlege:

a) Ist $\lambda \in \mathbb{R}$ ein Eigenwert von $A$, so auch von $A^\top$.

b) Ist $x \in \mathbb{R}^n$ ein Eigenvektor von $A$, so auch von $A^\top$.

c) Ist $A$ diagonalisierbar, so auch $A^\top$.