MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 12
06.07.2016

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

45. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien die Ebene E und die Gerade g gegeben durch

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2\,y + 3\,z = 1 \right\},$$

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid r \in \mathbb{R} \right\}.$$

   a) Man zeige, daß E und g parallel sind.

   b) Man bestimme den euklidischen Abstand der Gerade g von der Ebene E.

46. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2012).*

   a) Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien die Ebenen E_1 und E_2 mit den Gleichungen

$$E_1 \quad : \quad x + y + z = 1 \qquad \text{und} \qquad E_2 \quad : \quad x - y + z = -1$$

   gegeben. Man berechne eine Parameterform von $E_1 \cap E_2$.

   b) Es sei P die Menge aller Punkte $p \in \mathbb{R}^3$, die von E_1 und E_2 denselben Abstand haben. Man zeige, daß P die Vereinigung zweier Ebenen ist, und bestimme eine Parameterform dieser beiden Ebenen.

47. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien zwei Geraden g und h gegeben; dabei ist g die Verbindungsgerade der Punkte

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sowie h die Schnittgerade der Ebenen

$$E_1 \; : \; x - z = 0 \qquad \text{und} \qquad E_2 \; : \; 2\,x + y = 0.$$

Man bestimme den Abstand zwischen g und h.

48. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2012).* Im $\mathbb{R}^4$ betrachte man die Geraden

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

und

$$h = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Man bestimme einen Punkt P_g auf g und einen Punkt P_h auf h, deren Verbindungsvektor $\overrightarrow{P_g P_h}$ sowohl auf g als auch auf h senkrecht steht. Man berechne den Abstand zwischen g und h.

Abgabe bis Mittwoch, den 13. Juli 2016, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).