MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 11
29.06.2016

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

41. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2003).* Gegeben sei das von den Parametern r, s, $t \in \mathbb{R}$ abhängige lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & 2\,x_2 & & & + & 2\,x_4 & = & 4 \\ 2\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & r\,x_3 & & & = & 1 \\ s\,x_1 & & & + & x_3 & + & t\,x_4 & = & 1 \end{array}$$

   a) Für welche Wahl der Parameter ist die Lösungsmenge des Systems eindimensional, also eine affine Gerade? (Die Antwort ist zu begründen.)

   b) Für welche Wahl der Parameter ist die Lösungsmenge des Systems zweidimensional, also eine affine Ebene? Man löse das System für diese Wahl der Parameter.

42. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Im $\mathbb{R}^3$ sind die drei Ebenen

$$\begin{array}{lcrcrcrcrcl} E_1 & : & x & - & \frac{1}{4}\,y & - & 2\,z & + & 1 & = & 0 \\ E_2 & : & 2\,x & - & \frac{5}{2}\,y & - & 5\,z & - & \lambda & = & 0 \\ E_3 & : & 4\,x & + & \lambda\,y & - & 6\,z & - & \mu & = & 0 \end{array}$$

   gegeben. Für welche λ, $\mu \in \mathbb{R}$ gibt es keinen gemeinsamen Punkt der drei Ebenen? Für welche λ, μ schneiden sich die drei Ebenen in einer Schnittgeraden? Man gebe diese Schnittgerade an.

43. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2011).* Im euklidischen Raum $\mathbb{R}^3$ sei E die Ebene, auf der die drei Punkte

$$P = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   liegen. Sei g die Gerade, die den Ursprung enthält und auf E orthogonal ist. Man bestimme g, sowie den Schnittpunkt von g mit E und den Spiegelpunkt des Ursprungs in Bezug auf E.

44. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014).* Im euklidischen $\mathbb{R}^3$ seien die folgenden drei Geraden L_1, L_2, L_3 gegeben:

$$L_1 \quad : \quad \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 1 \right\} \cap \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2\,x - y - 2\,z = -1 \right\}$$

$$L_2 \quad : \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 - t \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$L_3 \quad : \quad \text{Verbindungsgerade durch} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Man zeige, daß sich die Geraden paarweise schneiden, und bestimme die Schnittpunkte p_1, p_2, p_3.

b) Sei $\Delta \subset \mathbb{R}^3$ das Dreieck mit den Ecken p_1, p_2, p_3. Man bestimme alle drei Innenwinkel sowie den Flächeninhalt von Δ.

Abgabe bis Mittwoch, den 6. Juli 2016, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).